

В. С. Безяев, П. П. Макарычев

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ В АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕНЗОРНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Аннотация.

Актуальность и цели. Одной из основных функций автоматизированных систем управления средствами поражения целей является решение задачи о назначениях. Решение задачи о назначениях должно осуществляться оперативно с учетом как характеристик средств поражения и целей, так и складывающейся обстановки. В этой связи для решения задачи требуются более эффективные алгоритмы.

Материалы и методы. Модель предметного пространства, отражающая характер отношений между средствами поражения и целями, построена на основе прямой формы задания тензора. В качестве целевой функции назначения целей использована одна из характеристик тензора второго порядка (квадратной матрицы) – след тензора.

Результаты. Предложены алгоритмы решения проблемы в два этапа. Первый этап – выбор цели по наименьшему значению выживания вновь обнаруженной цели. Второй этап – перераспределение целей в соответствии с терминальным критерием минимального выживания всех выбранных целей.

Выводы. Предложено решение задачи о назначении целей с применением тензорного исчисления. Решение задачи может осуществляться в режиме реального времени при максимальной загрузке средств поражения.

Ключевые слова: задача о назначениях, предметное пространство, тензорное исчисление, тензорная диада, целевая функция, след тензора.

V. S. Bezyaev, P. P. Makarychev

ASSIGNMENT PROBLEM SOLUTION IN AUTOMATED SYSTEMS OF OPERATIVE MANAGEMENT ON THE BASIS OF TENSOR CALCULUS

Abstract.

Background. One of the main functions of automated control systems for target destruction means is to solve the assignment problem. The assignment problem solution should be carried out promptly taking into account characteristics of weapons and targets, as well as the situation. In this regard, the problem solution requires more sophisticated algorithms.

Materials and methods. The objective space model, reflecting the nature of relationship between the means of destruction and targets, is based on direct forms of tensor tasks. One of the characteristics of the tensor of the second order (square matrix) -trace of tensor – is used as a target function of the target assignment.

Results. The proposed algorithms solve the problem in two phases. The first phase is selection of targets by the lowest survival value of a newly detected target. The second phase is remapping of targets in accordance with terminal criterion of minimum survival of all selected targets.

Conclusions. The authors have proposed solution to the problem of target assignment using tensor calculus. The problem solution can be performed in real time at maximum munition load.

Key words: task assignment, objective space, tensor calculus, tensor dyad, target function, trace of tensor.

Введение

Распределение средств противовоздушной обороны (ПВО) или назначение целей является одним из этапов управления ПВО. Одним из известных методов является метод исчерпывающего поиска (create Solution). Данный метод анализирует все подходящие решения за довольно длительное время. Вторым недостатком этого метода является невозможность применения в режиме реального времени при достаточно большом количестве целей [1]. Венгерский метод обеспечивает существенное снижение количества итераций по сравнению с алгоритмом «Исчерпывающий поиск» при увеличении количества обнаруженных воздушных целей [2, 3]. Однако венгерский метод не учитывает результаты предварительного распределения обнаруженных целей по принципу выбора средства, обеспечивающего максимальное снижение степени опасности. Кроме того, размерность задачи при решении венгерским методом, определяемая множеством отношений «средство поражения – цель», значительно повышает вычислительную сложность решения.

Постановка и обсуждение задачи

Имеется множество зенитно-ракетных комплексов (ЗРК) $Z = \{z_1, \dots, z_j, \dots, z_n\}$, множество воздушных целей (ВЦ) $C = \{c_1, \dots, c_i, \dots, c_m\}$. Каждый ЗРК имеет g_j целевых каналов и может быть назначен на любую ВЦ [1, 2]. Каждая ВЦ характеризуется уровнем угрозы $U_i, i = 1, 2, \dots, m$ и вектором вероятностей (степеней) поражения от ЗРК, рассчитываемых на основе подлетного времени, курсового параметра и других параметров:

$$p_i = (p_{i,1}, \dots, p_{i,j}, \dots, p_{i,n}).$$

На основе данных о целях и вектора вероятностей поражения целей для каждой цели c_i формируется вектор выживания:

$$q_i = (q_{i,1}, \dots, q_{i,j}, \dots, q_{i,n}) = ((1 - p_{i,1})^{x_{i,1}}, \dots, (1 - p_{i,j})^{x_{i,j}}, \dots, (1 - p_{i,n})^{x_{i,n}}),$$

где x_{ij} – количество целевых каналов, выделенных в ЗРК w_j для поражения назначенной цели c_i .

С использованием сведений о подлетном времени t_i и угрозы U_i производится ранжирование и назначение целей. Процедура назначения целей выполняется с использованием эвристики: на каждом шаге цель из упорядоченного списка закрепляется за целевым каналом ЗРК, который обеспечивает наибольшее снижение величины угрозы. Другими словами, при появлении новой цели c_m для всех ЗРК производится оценка остаточной угрозы в виде

$$U(c_m) = (U_m q_{m,1}, U_m q_{m,2}, \dots, U_m q_{m,n}).$$

В случае отсутствия свободных целевых каналов ЗРК исключается из рассмотрения. Затем выполняется поиск ЗРК, который обеспечивает минимальную величину остаточной угрозы для цели c_m :

$$U_m = \min\{U_m q_{m,1}, \dots, U_m q_{m,j}, \dots, U_i q_{i,n}\}.$$

Номер ЗРК определяется из выражения

$$k = \text{match}(U_m, U(c_m)),$$

где $\text{match}(\cdot)$ – функция поиска заданного значения U_m и возвращения индекса позиции U_m в векторе $U(c_m)$.

По результатам выполнения процедуры может быть сформирована таблица (матрица), в которой столбцы c_1, c_2, \dots, c_{15} соответствуют целям, строки z_1, z_2, \dots, z_4 – величине остаточной угрозы от цели, строка $g_{j,i}$ – номеру ЗРК и целевому каналу (табл. 1). Расположение номера в строке указывает на номер целевого канала. Например, цель c_1 назначена первому целевому каналу ЗРК z_1 , а цель c_3 – второму целевому каналу ЗРК z_1 .

Таблица 1

Распределение целей

Цель ЗРК	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₁₄	C ₁₅	C ₁₆
z_1	0,8	9,3	1,4	0,1	6,8	13	13	4,0	0,1	4,8	6,0	4,3	4,9	6,9	8,2	7,3
z_2	2,9	2,6	2,2	8,0	0,9	14	12	12,6	2,8	7,4	7,4	5,2	7,0	4,3	1,9	2,8
z_3	8,8	8,7	9,8	9,0	9,7	8,1	15	5,6	5,9	4,6	5,7	7,5	1,5	9,7	8,2	6,8
z_4	5,3	4,6	1,8	2,5	7,8	0,9	9,2	9,9	8,4	7,4	1,5	1,7	1,4	1,5	1,6	7,2
$g_{j,i}$	1	2	1	1	2	4	4	1	2	3	4	4	3	2	3	3

Из табл. 1 следует, что для выбранной стратегии поиска назначение первых восьми целей ($c_1 - c_8$) отвечает требованию минимума остаточной угрозы (оптимальности). Однако назначение девятой цели не отвечает требованию минимума, так как ЗРК z_1 на момент назначения цели не имеет свободных целевых каналов. Поэтому цель c_9 назначается третьему целевому каналу ЗРК z_2 . При этом уровень остаточной угрозы от цели равен 2,8. К числу неоптимальных назначений относятся и назначения целей c_{11} , c_{13} , c_{14} , c_{15} , c_{16} . Дальнейшее решение задачи о назначении целей можно выполнить в два этапа. На первом этапе формируется предметное пространство «воздушная цель – ЗРК, целевой канал». На втором этапе решается задача оптимального назначения.

Формирование пространства состояний

Для решения задачи воспользуемся методом, предполагающим представление задачи в виде пространства состояний [4–6]. Из всех возможных

представлений наиболее узкое пространство состояний «воздушная цель – ЗРК, целевой канал» можно сформировать в виде тензора второго ранга:

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^m a_i \otimes b_i,$$

где $a_i \otimes b_i$ – диада, характеризующая отношение между m целями и j -м ЗРК.

Например, если $n = 4$, $g_1 = g_2 = g_3 = g_4 = 4$, то наибольшее количество целей, которые рассматриваются при назначении, $m = 16$, а диада для цели c_1 в соответствии с табл. 1 имеет вид

$$a_1 \otimes b_1 = \begin{bmatrix} U_1 \cdot q_{1,1} \\ U_2 \cdot q_{2,1} \\ U_3 \cdot q_{3,1} \\ \dots \\ U_{15} \cdot q_{15,1} \\ U_{16} \cdot q_{16,1} \end{bmatrix} \times [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0] = \begin{bmatrix} \mathbf{0,8} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 9,3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1,4 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 8,2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 7,3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

В выражении (1) значения элементов вектора столбца a_1 определяются из табл. 1 по номеру ЗРК (столбца), которому назначена цель. В вектор-строке b_1 значение только одного из элементов отлично от нуля и равно единице. Положение единицы определяется номером цели в табл. 1. Для цели c_3 диада в соответствии с табл. 1 имеет следующий вид:

$$a_3 \otimes b_3 = \begin{bmatrix} U_1 \cdot q_{1,3} \\ U_2 \cdot q_{2,3} \\ U_3 \cdot q_{3,3} \\ \dots \\ U_{15} \cdot q_{15,3} \\ U_{16} \cdot q_{16,3} \end{bmatrix} \times [0 \ 0 \ 1 \ \dots \ 0 \ 0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{0,8} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9,3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1,4} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 8,2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7,3 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

В выражении (2) $a_3 = a_1$, так как цель c_3 также назначена ЗРК z_1 . Положение единицы в векторе строке b_3 отражает расположение цели c_3 в сформированном списке воздушных целей [7].

Таким образом, тензор \mathbf{T} представляет собой сумму неупорядоченной последовательности диад. При этом из выражения (1) следует, что выживание цели c_1 характеризуется величиной 0,8, а цели c_3 из выражения (2) – величиной 1,4. Суммарное значение выживания целей c_1, c_3 при заданном назначении составляет 2,2. Поскольку обе цели назначены ЗРК z_1 , то перестановка диад не изменит суммарное выживание целей. Таким образом, назначение целей c_1, c_3 ЗРК z_1 отвечает требованию минимальности выживания целей и не зависит от порядка суммирования диад. В результате суммирования всех m диад имеем тензор

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix}
 \mathbf{0,8} & 2,9 & 0,8 & 0,8 & 2,9 & 5,3 & \dots & 8,8 & 8,8 \\
 9,3 & \mathbf{2,6} & 9,3 & 9,3 & 2,6 & 4,6 & \dots & 8,7 & 8,7 \\
 1,4 & 2,2 & \mathbf{1,4} & 1,4 & 2,2 & 1,8 & \dots & 9,8 & 9,8 \\
 0,1 & 8,0 & 0,1 & \mathbf{0,1} & 8,0 & 2,5 & \dots & 9,0 & 9,0 \\
 6,8 & 0,9 & 6,8 & 6,8 & \mathbf{0,9} & 7,8 & \dots & 9,7 & 9,7 \\
 13 & 14 & 13 & 13 & 14 & \mathbf{6,9} & \dots & 8,1 & 8,1 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 8,2 & 1,9 & 8,2 & 8,2 & 1,9 & 1,6 & \dots & \mathbf{8,2} & 8,2 \\
 7,3 & 2,8 & 7,3 & 7,3 & 2,8 & 7,2 & \dots & 6,8 & \mathbf{6,8}
 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Тензору 3 соответствует вектор распределения целей по целевым каналам:

$$\mathbf{V}_1 = (1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 2 \ 4 \ 4 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 4 \ 3 \ 2 \ 3 \ 3). \quad (4)$$

Из (3), (4) следует, что суммарная остаточная угроза от целей c_6, c_{15} , назначенных ЗРК z_4 и ЗРК z_3 соответственно будет равна $T_{6,6} + T_{15,15}$ и составит 15,1. При переназначении целей между ЗРК₃ и ЗРК₄ остаточная угроза будет определяться $T_{6,15} + T_{15,6}$ и составит 9,7. Таким образом, суммарная остаточная угроза от всех целей может быть оценена как след тензора (матрицы) $tr(\mathbf{T})$. Для рассматриваемого примера предварительного назначения целей имеет место равенство:

$$tr(\mathbf{T}) = 57,3.$$

Абсолютное значение суммарной остаточной угрозы не характеризует качество выполненного предварительного назначения целей. Поэтому следует определить и устранить все несоответствия в назначении целей с использованием функции цели:

$$f_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } T_{i,i} + T_{j,j} > T_{i,j} + T_{j,i}; \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases} \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, m. \quad (5)$$

Нулевое значение $f_{i,j}$ является индикатором выявленного несоответствия в назначении двух целей. При назначении целей, характеризуемых табл. 1 или выражением (3), с применением целевой функции (5) могут быть выявлены все несоответствия, которые приведены в табл. 2.

Таблица 2

Несоответствия в назначении целей

Цели в несоответствии	Номер несоответствия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Номер 1 цели	1	2	3	6	7	9	9	11	12	13
Номер 2 цели	9	15	9	15	15	15	16	15	15	15

Из табл. 2 следует, что с увеличением числа целей ($9 \leq i \leq 16$) выбранная стратегия назначения не отвечает требованию минимума остаточной

угрозы, создаваемой всей совокупностью целей. В связи с этим необходима стратегия, обеспечивающая устранение выявленных несоответствий в назначении целей, что позволит уменьшить и величину остаточной угрозы.

Алгоритм оптимизации назначений

Входные данные: тензор (матрица) T , вектор распределения целей по целевым каналам ЗРК V .

Для предметного пространства можно ввести наглядную интерпретацию в виде ориентированного графа, в котором вершинам соответствуют диады предметного пространства, а ребрам – отношения между диадами, заданные тензором T . При этом процесс поиска лучшего назначения целей для множества ЗРК состоит в упорядочивании диад в соответствии со следующим:

- начальное расположение диад тензора предметного пространства определяет отправную точку процесса (см. выражение (3));
- конечное расположение диад должно удовлетворять терминальному критерию или цели решения задачи (5);
- процедура поиска реализует поиск на графе от состояния к состоянию предметного пространства.

Одной из фундаментальных стратегий поиска упорядоченной последовательности диад является поиск «сначала в ширину» [1]. В соответствии с данной стратегией на первом этапе последовательно анализируются отношения между диадой $a_1 \otimes b_1$ и диадами $a_2 \otimes b_2, a_3 \otimes b_3, \dots, a_{m-1} \otimes b_{m-1}$ и $a_m \otimes b_m$ (рис. 1).

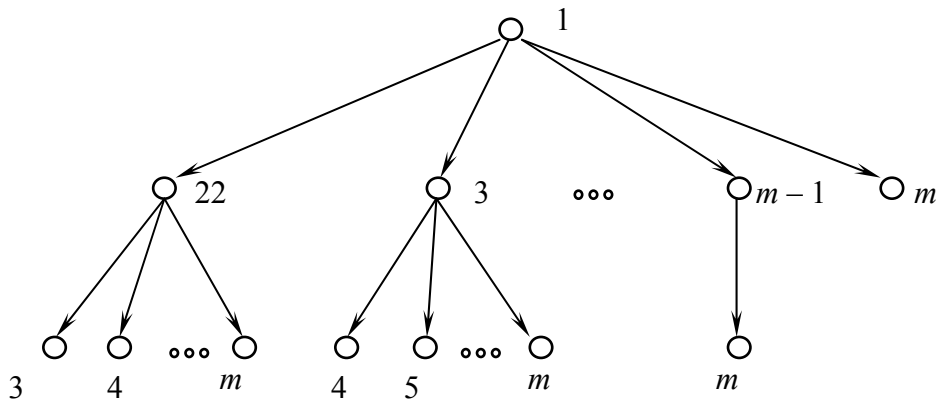


Рис. 1. Поиск «сначала в ширь»

На втором этапе последовательно анализируются отношения между диадой $a_2 \otimes b_2$ и диадами $a_3 \otimes b_3, a_4 \otimes b_4, \dots, a_{m-1} \otimes b_{m-1}, a_{m-1} \otimes b_{m-1}$. Затем реализуются этапы три и четыре

При невыполнении терминального критерия в тензоре T осуществляется перестановка диад. Предположим, что обнаружено несоответствие между целями c_6 и c_{15} . В этом случае в результате перестановки (переназначения целей) имеем

$$W = \begin{bmatrix} 0,8 & 2,9 & 0,8 & 0,8 & 2,9 & 8,8 & \dots & 5,3 & 8,8 \\ 9,3 & 2,6 & 9,3 & 9,3 & 2,6 & 8,7 & \dots & 4,6 & 8,7 \\ 1,4 & 2,2 & 1,4 & 1,4 & 2,2 & 9,8 & \dots & 1,8 & 9,8 \\ 0,1 & 8,0 & 0,1 & 0,1 & 8,0 & 9,0 & \dots & 2,5 & 9,0 \\ 6,8 & 0,9 & 6,8 & 6,8 & 0,9 & 9,7 & \dots & 7,8 & 9,7 \\ 13 & 14 & 13 & 13 & 14 & 8,1 & \dots & 6,9 & 8,1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 8,2 & 1,9 & 8,2 & 8,2 & 1,9 & 8,2 & \dots & 1,6 & 8,2 \\ 7,3 & 2,8 & 7,3 & 7,3 & 2,8 & 6,8 & \dots & 7,2 & 6,8 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Из выражений (3), (6) следует, что суммарное значение остаточной угрозы в результате переназначения целей c_6 и c_{15} уменьшилось на величину 5,4 и составляет $tr(W) = 51,9$. При этом вектор распределения целей по ЗРК и целевым каналам имеет вид

$$V_2 = (1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 4 \ 3 \ 2 \ 4 \ 3). \quad (7)$$

С использованием стратегии «сначала в ширину» можно устранить все несоответствия: переназначить цели и скорректировать табл. 1. Результаты переназначения целей и корректировки приведены в табл. 3.

Таблица 3

Распределение целей

Цель ЗРК	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₁₄	C ₁₅	C ₁₆
z ₁	0,8	9,3	1,4	0,1	6,8	13	13	4,0	0,1	4,8	6,0	4,3	4,9	6,9	8,2	7,3
z ₂	2,9	2,6	2,2	8,0	0,9	14	12	12,6	2,8	7,4	7,4	5,2	7,0	4,3	1,9	2,8
z ₃	8,8	8,7	9,8	9,0	9,7	8,1	15	5,6	5,9	4,6	5,7	7,5	1,5	9,7	8,2	6,8
z ₄	5,3	4,6	1,8	2,5	7,8	0,9	9,2	9,9	8,4	7,4	1,5	1,7	1,4	1,5	1,6	7,2
g _{i,j}	1	2	2	1	2	3	4	1	1	3	4	4	3	4	2	3

Анализируя табл. 1, 3, несложно убедиться, что 10 несоответствий, найденных в предварительном назначении целей, устранены за счет пяти переназначений целей. При этом суммарная остаточная угроза составляет 47,5. Таким образом, за счет оптимизации назначений целей величина суммарной остаточной угрозы значительно уменьшена. Относительная величина снижения остаточной угрозы для рассматриваемого примера составляет:

$$\delta U = (tr(T) - tr(L)) / tr(T) = 0,17,$$

где **L** – тензор с оптимальной последовательностью диад, определяющий содержание табл. 3.

Проведенные исследования позволяют утверждать, что стратегия поиска упорядоченной последовательности диад может быть использована независимо, без эвристики первого этапа. В этом случае, естественно, оценки снижения остаточной угрозы после выполнения процедуры назначения воз-

растают, но и объем необходимых вычислений также возрастает. Стратегия поиска упорядоченной последовательности диад может быть модифицирована за счет выбора целевой функции с учетом независимости и количественных оценок несоответствий в последовательности диад.

В соответствии с выбранными стратегиями поиска упорядоченной последовательности диад, отражающей назначение целей, объем вычислений при реализации алгоритма можно оценить как количество повторений цикла поиска несоответствий. При этом количество циклов поиска несоответствий определяется формулой

$$f(n) = 3/2 \cdot (n^2 - n).$$

При обнаружении несоответствия в назначении целей выполняется операция упорядочивания диад и повторение текущего цикла. В общем случае количество повторений и размерность цикла величины не постоянные. Однако в процессе проведенных численных экспериментов при значениях $n \leq 16$ установлено, что количество повторений не превышает величины $3 \cdot (n - 1)$. Таким образом, можно считать, что общее количество циклов реализации обсуждаемого алгоритма равно

$$y(n) \leq 3/2(n^2 - n) + 3(n - 1). \quad (8)$$

Таким образом, из выражения (8) следует, что выбранный подход к назначению целей на основе алгоритма поиска несоответствий в последовательности диад имеет преимущества по объему вычислений и может найти практическое применение.

Список литературы

1. **Пифтанкин, А. Н.** Модели и подходы, используемые в задачах управления ПВО корабельного соединения / А. Н. Пифтанкин, Н. А. Пифтанкин // Автоматизация процессов управления. – 2011. – № 1. – С. 41–49.
2. **Kuhn, H. W.** The Hungarian for the Assignment Problem / H. W. Kuhn // *Naval Research logistics Quarterly*. – 1955. – Vol. 2. – P. 83–97.
3. **Кравчук, В. Г.** Моделирование противовоздушных боевых действий соединений кораблей при проектировании морских тактических тренажеров / В. Г. Кравчук // Программные продукты и системы. – 2003. – № 3.
4. **Чижухин, Г. Н.** Тензорная методология в дискретной системотехнике / Г. Н. Чижухин, Ю. Г. Бочкарева. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2006. – 184 с.
5. **Арменский, А. Е.** Тензорные методы построения информационных систем / А. Е. Арменский. – М. : Наука, 1989. – 152 с.
6. **Безяев, В. С.** Методы анализа систем и сетей информационного обмена / В. С. Безяев // *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки*. – 2007. – № 2. – С. 42–47.
7. **Макарычев, П. П.** Модельные представления данных на основе прямого тензорного исчисления / П. П. Макарычев // XVIII Международная научно-методическая конференция, посвященная 200-летию со дня рождения М. Ю. Лермонтова : сб. тр. – Пенза, 2014. – С. 193–195.

References

1. Piftankin A. N., Piftankin N. A. *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya* [Control process automation]. 2011, no. 1, pp. 41–49.
2. Kuhn H.W. *Naval Research logistics Quarterly*. 1955, vol. 2, pp. 83–97.

3. Kravchuk V. G. *Programmnye produkty i sistemy* [Program products and systems]. 2003, no. 3.
4. Chizhukhin G. N., Bochkareva Yu. G. *Tenzornaya metodologiya v diskretnoy sistematotekhnike* [Tensor methodology in discrete systems engineering]. Penza: Izd-vo Penz. gos. un-ta, 2006, 184 p.
5. Armenskiy A. E. *Tenzornyye metody postroeniya informatsionnykh sistem* [Tensor methods of information system design]. Moscow: Nauka, 1989, 152 p.
6. Bezyaev V. S. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Engineering sciences]. 2007, no. 2, pp. 42–47.
7. Makarychev P. P. *XVIII Mezhdunarodnaya nauchno-metodicheskaya konferentsiya, posvyashchennaya 200-letiyu so dnya rozhdeniya M. Yu. Lermontova: sb. tr.* [XVIII International scientific and methodological conference, commemorating 200th jubilee of M. Yu. Lermontov: collected papers]. Penza, 2014, pp. 193–195.

Безяев Виктор Степанович

кандидат технических наук, генеральный директор Научно-производственного предприятия «Рубин» (Россия, г. Пенза, ул. Байдукова, 2)

E-mail: bezyfev@npp-rubin.ru

Bezyaev Viktor Stepanovich

Candidate of engineering sciences, general director of Research and production enterprise «Rubin» (2 Baydukova street, Penza, Russia)

Макарычев Петр Петрович

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой математического обеспечения и применения ЭВМ, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: makpp@yandex.ru

Makarychev Petr Petrovich

Doctor of engineering sciences, professor, head of sub-department of computer application and software, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

УДК 681.3

Безяев, В. С.

Решение задачи о назначениях в автоматизированных системах оперативного управления на основе тензорного исчисления / В. С. Безяев, П. П. Макарычев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2015. – № 3 (35). – С. 77–85.